**ОСТРОВЕРХ АНГЕЛИНА ИГОРЕВНА**



Магистрант Utrecht University. г. Утрехт, Нидерланды.

E-mail: ostrovang@gmail.com

**ДРЕЙЦЕР СОФЬЯ ИЛЬИНИЧНА**



Кандидат педагогических наук, Московский городской педагогический университет, Москва, Россия.

E-mail: dreytsers@gmail.com

УДК 371.3

# ОСНОВАНИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА В ПОДХОДАХ РО И ВОПЛОЩЕННОГО ПОЗНАНИЯ НА МАТЕРИАЛЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Исследование рассматривает теоретические основания трех подходов: «Action-based Embodied Design», Развивающее обучение и Прямое инструктирование и предлагает образовательный дизайн, предполагающий переоткрытие культурных артефактов учащимися в сочетании подходов Развивающего обучения и Action-based Embodied Design на материале переоткрытия учащимися понятия площади прямоугольника. В исследовании определены критерии для проектирования образовательного пространства исходя из каждого подхода, отмечены возможные пути для синтеза подходов в рамках конструирования эксперимента и сделаны предположения об образовательной траектории студента в рамках подходов на материале площади прямоугольника.

*Ключевые слова:* Action-based Embodied Design, Развивающее Обучение, математическое образование, воплощенное познание, проектное обучение, проблемно-ориентированное обучение, прямое инструктирование.

**Angelina I. Ostroverkh**

**Utrecht University, Utrecht, Netherlands**
**E-mail: ostrovang@gmail.com**

**Sofya I. Dreytser**

**Moscow City University**
**(Moscow, Russian Federation)**
**E-mail: dreytsers@gmail.com**

# THEORETICAL FOUNDATIONS OF EDUCATIONAL DESIGN SETTINGS BASED ON DEVELOPMENTAL EDUCATION AND ACTION-BASED EMBODIED DESIGN

The study provides a theoretical basis for the following educational approaches: Action-based Embodied Design (Abrahamson), Developmental Education (Elkonin-Davydov), and direct learning. The research design is based on constructivist methodology and provides educational design settings to foster conceptual learning of the rectangular area through body movements emerges by exploring the cultural artifacts by students. In this study, criteria for learning design were developed, and some possibilities for approach synthesis for experiential learning design.

*Keywords:* Action-based Embodied Design, Developmental Education, mathematical education, embodied cognition, inquiry-based learning, project-based learning, direct instruction, realistic mathematics.

DOI: 10.32691/2410-0935-2026-21-62-77

© А. И. Островерх 2026
© С. И. Дрейцер 2026

## Введение

Математическое образование в общеобразовательных школах часто сводится к использованию и воспроизводству формул и правил без понимания контекста их применения. Этот разрыв приводит к снижению научной грамотности и неумению применить математические навыки как в ежедневных ситуациях (например, финансовое планирование), так и глобальных процессах (риск-менеджмент, логистика). В наши дни важно обладать навыками преодоления неопределённости и решения математических задач в реальной жизни. Однако, в школах математика зачастую преподаётся без какого-либо объяснения её функциональности или связи с реальным миром. Учащиеся выполняют задания, не понимая, «почему именно так» работает формула. В то время как традиционные подходы сосредоточены на непосредственном усвоении знаний, другие подходы предполагают, что математические инструменты должны вытекать непосредственно из контекста. К таким подходам относятся, в частности, исследовательский, проблемно-ориентированный и реалистический подходы к математике. В этих подходах существуют некоторые общие проблемы, которые можно квалифицировать как пробелы в организации учебного процесса.

Подходы, основанные на исследовательском обучении (inquiry-based approaches), в большей степени сосредоточены на вовлечении учащихся в процесс открытия знаний. В исследовании Хмело-Сильвер и соавторов [Hmelo-Silver et al. 2007] было обнаружено, что проектное обучение и обучение, позволяющее проводить исследование, способствуют формированию глубокого понимания материала у учащихся. Однако Фризен и Скотт [Friesen, Scott 2013] утверждают, что в рамках исследовательского обучения поиск знаний часто представляется как неструктурированный процесс, что приводит к тому, что Баррон назвал «деятельностью ради самой деятельности» [Barron & Darling-Hammond 2008]. В этом же ключе Киршнер и др. [Kirschner et al. 2006] отмечают, что большая часть «обучения через открытие» опирается на «обучение с минимальным руководством», где учащиеся, вместо того чтобы получать готовую важную информацию, должны самостоятельно открывать или конструировать её.

Таким образом, исследовательские подходы требуют более направленной педагогической поддержки учащихся, ориентированной не только на их активное участие, но и на то, как они приобретают знания.

Проблемно-ориентированное обучение — это конструктивистский подход, где учащиеся приобретают знания путём активного изучения и решения сложных, открытых, реальных проблем в небольших группах [Tegginamani 2018]. Этот подход основан на модели обучения, разработанной Барроузом [Barrows 1992] для формирования конкретных профессиональных навыков. При таком подходе учащиеся вынуждены уделять больше внимания конкретным вопросам, но у них отсутствует общее представление о сложности проблемы или концепция её понимания. Тем не менее, чётко сформулированные образовательные цели являются неотъемлемыми элементами проблемно-ориентированного обучения. В таком формате обучения учащиеся должны сформулировать «учебную гипотезу» при поддержке преподавателя. Тем не менее, для некоторых учащихся наиболее сложной частью может оказаться преобра-

зование своих идей в гипотезу, а затем — в учебные цели. Несмотря на то, что Баррон и Дарлинг-Хаммонд [Barron & Darling-Hammond 2008] провели обзор различных исследований, об эффективности подхода «для развития гибкого решения проблем, навыков логического мышления, а также формирования точных гипотез и связных объяснений», можно сказать, что проблемно-ориентированное обучение хорошо подходит для конкретных случаев, но менее эффективно для изучения абстрактных концепций и требует конкретного руководства в процессе выдвижения гипотез учащимися.

Другим конструктивистским подходом является «реалистическая математика» (Realistic Math), которая сосредоточена на установлении связи между математическими понятиями и реальной жизнью и исходит из того, что инструменты для освоения математических понятий должны вытекать из реалистичного контекста. Одной из фундаментальных проблем реалистического математического образования является «парадокс обучения», обсуждаемый Берейтером [Bereiter 1985]: учащиеся не могут распознавать сложные математические отношения в наглядных пособиях, пока не построят их самостоятельно, что зачастую приводит к формированию разрозненных «частных» значений вместо единого понимания. Кроме того, при переходе от «ситуационной модели» к «модели рассуждений» дети часто допускают ошибку, моделируя внешние свойства объектов, а не свои собственные взаимодействия с ними, что приводит к сохранению «натуралистических» явлений, при которых математическая сущность (величина и отношения между величинами) остается неразрывно связанной с физической формой объекта.

Следующая проблема математического образования связана с процессом построения знаний. Например, Дрейфус [Dreyfus et al. 2018] считает, что ротация дискуссий в небольших группах и обсуждения со всем классом являются эффективными методами построения знаний, применяемыми без каких-либо прямых инструкций. Свеллер [Sweller 2006] утверждает, что эффективное построение знаний происходит тогда, когда представлены рабочие примеры и учащиеся могут использовать их для реконструкции знаний на основе решений аналогичных задач.

Еще одна группа теорий рассматривает процесс формирования знаний с точки зрения деятельности. С этой точки зрения, учащийся может усвоить понятия только путем отработки определенных действий, необходимых для их применения. Обучающая модель «Постепенная передача ответственности» [Responsibility Instructional Model, Salehomoum et al. 2022] описывает процесс формирования знаний через 5 этапов усвоения действий:

1. Четкое описание стратегии, а также того, когда и как её следует применять.
2. Демонстрация действия учителем и учащимся.
3. Совместное применение стратегии действия.
4. Практика под руководством учителя с использованием стратегии и постепенным переходом ответственности к учащемуся.
5. Самостоятельное применение действия учащимся.

Аналогичный метод был описан в теории «Десяти шагов» или «Комплексного обучения» Мерриенбоера и Киршнера, где учащиеся последовательно детализируют абстрактные концепции. Авторы утверждают, что в результате

такой детализации возникают «ментальные модели» [van Merriënboer & Kirschner 2007, гл. 9]. Другая конструктивистская точка зрения отражена в методе «продуктивной неудачи» [Productive Failure; Suriyaarachchi et al. 2025]. В ходе обучающего эксперимента учащиеся изучали тему с последующими попытками решения задач или без них. Эксперимент показывает, что учащиеся, которые сначала пытались решить задачу, а затем получили инструкции, сдали итоговый тест гораздо успешнее, чем те, кто сначала получил инструкции, а уже потом тренировался в решении задач.

Хотя вышеупомянутые образовательные подходы, как правило, направлены на интеграцию математики в значимые контексты или на организацию процесса построения знаний, они не обеспечивают систематической основы для создания учебных сред, в которых учащиеся не только сталкиваются с реальными проблемами, но и активно переосмысливают культурные артефакты (например, измерительные приборы) посредством собственных действий. В данном проекте исследования знание рассматривается не как процесс построения знаний как таковой, а как часть реконструкции культурных артефактов в качестве средства для осмысления знаний. Культурные артефакты — это когнитивные средства, объединяющие как ментальные способы осмысления решений, так и их материальное воплощение. В контексте рассматриваемых тем изучения площади и периметра это может быть конкретный измерительный инструмент, который формирует целостный метод мышления в процессе открытия знаний [Norman 1991].

Для решения этой задачи в данном исследовании предлагается синтез двух взаимодополняющих педагогических подходов: воплощённого (основанного на действии) проектирования (Action-based Embodied Design) и развивающего обучения (РО). Таким образом, РО фокусируется на развитии теоретического мышления детей посредством культурно-исторической деятельности, в то время как ABED предоставляет конкретные принципы для разработки заданий, основанных на действиях, которые задействуют сенсомоторную координацию. Вместе они предлагают взаимодополняющую перспективу: РО обеспечивает теоретическую основу того, как концептуальное понимание возникает в процессе деятельности, а ABED предоставляет эмпирическую методологию для отслеживания того, как жесты и использование инструментов способствуют пониманию математических концепций. Эти подходы синтезируются как теоретически, так и эмпирически с целью обогащения обучения, основанного на действиях, путем развития теоретического мышления детей.

## Теоретические основания

«Воплощённое познание» — это концепция обучения, в которой подчеркивается, что знания формируются не только посредством умственных процессов, но также через телесную активность, сенсорное и пространственное взаимодействие [Varela et al. 2017; Lakoff & Núñez 2000]. Ориентированный на действие воплощенный дизайн (ABED) — это педагогический подход, который укореняет математические концепции в сенсомоторной координации учащихся путем вовлечения их в целенаправленные физические действия с объектами, что позволяет им открывать для себя математические структуры через движение [Abrahamson 2014]. Принципы обучения ABED направлены на

решение сенсомоторных задач с помощью обратной связи, а затем — на соотнесение новых сенсомоторных действий с заранее заданными математическими объектами [Abrahamson 2014; Alberto et. al. 2022], например, от сенсомоторного опыта к построению и пониманию графика синуса [Shvarts & van Helden 2023] или к манипулированию специально разработанными средами и восприятию математических закономерностей [Abrahamson 2014].

Однако в рамках ABED некоторые математические артефакты представляются в готовом виде [Abrahamson 2014; Alberto et al. 2022]. Таким образом, учащиеся, как правило, включают артефакты в свои действия, не подвергая сомнению их функциональность [Alberto et al. 2022]. Подход ABED не дает четкого объяснения тому, как люди понимают абстрактные понятия, не связанные с непосредственным действием [Goldinger et al. 2016]. Внимание исследователей в основном сосредоточено на том, как учащиеся совершают действия и какие моторные компоненты включены в этот процесс, но редко обращаются к созданию артефактов или их включению в процесс воплощенного обучения.

С точки зрения энактивизма, познание возникает из сенсомоторных паттернов и служит действию [Reid 2014]. Неясно, как новый культурный артефакт возникает в сенсомоторной деятельности учащихся. Большинство исследований в области воплощённого дизайна сосредоточено на освоении готовых артефактов, а не на создании (переосмыслении) математических артефактов. Математические концепции можно понимать как системы воплощённых действий, подобно тому, как культурные артефакты (формулы, визуальные образы, инструменты) кристаллизуются и воплощаются, что называется овеществлением [Shvarts et al. 2024]. Таким образом, действия становятся источником знаний, в том числе математических концепций [Boels et al. 2023]. При этом восприятие и действие образуют непрерывный цикл: действия порождают новые способы восприятия, которые, в свою очередь, направляют последующие действия, позволяя учащимся выявлять инвариантные структуры в окружающей среде [Reid 2014; Abrahamson & Trninic 2015]. Это также называется циклом «восприятие–действие» [perception-action loop; Shvarts & Abrahamson 2023], когда включение артефакта в циклы «восприятие–действие» становится источником формирования функциональной системы «тело–артефакт», которая обеспечивает инструментальные действия [Shvarts et. al. 2024]: где артефакты физически опосредуют восприятие и действие.

В образовательном процессе, такие артефакты, как правило, представляются в виде статичных, готовых объектов, что приводит к тому, что учащиеся используют их, не понимая их функционального происхождения. Поэтому педагоги должны «превратить артефакты обратно в действия» — создавать учебные среды, в которых учащиеся заново изобретают артефакты, вновь открывая для себя действия, приведшие к их созданию, опираясь на логико-исторический анализ развития данного понятия.

Ключевой задачей в этом процессе является преодоление разрыва между конкретными действиями и абстрактным символическим мышлением: хотя учащиеся могут успешно выполнять действия, связанные с измерением (например, повторять единицу измерения), им часто не удается связать эти действия с формальными математическими символами (например, формулами). В данном исследовании рассматривается этот разрыв между конкретными

действиями учащихся и абстрактным символическим мышлением путем изучения способов облегчения перехода от физических действий к концептуальному пониманию.

## Методы

Исследование придерживается методологии проектирования, которая адаптирована для разработки и улучшения образовательного воздействия в условиях школьного урока, и была специально разработана для порождения теоретических инсайтов [Bakker 2018; Gravemeijer, Cobb 2006]. Таким образом, экспериментальная задача должна быть построена с учетом как пробелов в действиях, так и пробелов в знаниях, которые могут быть устранены, если учащиеся будут заново изобретать артефакты в рамках специальной учебной программы. Методология предполагает циклические изменения, позволяя исследователю адаптироваться к возникающим вызовам и непредусмотренным ситуациям.

## Процедура исследования

Основная идея исследования состоит в том, что образовательная среда представляет собой поле специально организованных действий, призванных поддержать процесс переизобретения математических артефактов, необходимых для переоткрытия понятия площади прямоугольника. Исследование создает образовательную среду, которая будет требовать нового типа восприятия и действия от учащихся, для создания артефактов, связанных с изучением свойств площади прямоугольника.

Каждый цикл исследования предполагает сбор данных разного типа (видеозаписей, наблюдений в процессе урока), чтобы зафиксировать, как изменяется сенсомоторная координация учащихся в процессе исследования и переоткрытия математических артефактов.

## Исследовательские вопросы

Из экспериментальной исследовательской методики следуют вопросы:

- ИВ1: Как может урок по переизобретению математических артефактов, которое побуждается с помощью специально организованных действий внутри смоделированного образовательного пространства, поддерживать открытие понятия площади прямоугольника?
- ИВ2: Какие существуют сенсомоторные паттерны, характеризующие момент, когда учащиеся выражают открытие понятия площади прямоугольника, в процессе взаимодействия с измерительными артефактами в подходах «Action-based Embodied Design» и развивающее обучение?
- ИВ3: Какие конкретные артефакты и инструменты (в подходах «Action-based Embodied Design» и развивающее обучение) наиболее эффективны для поддержки осознания студентами понятия площади прямоугольника?

## Критерии проектирования образовательного пространства для экспериментального воздействия

### Проектирование образовательного пространства в подходе «Action-based Embodied Design»

«Обучение через тело» (воплощенное обучение, embodied learning) стало перспективным подходом в математическом образовании, основанным на теориях воплощенного познания, которое подчеркивают роль телесных действий и сенсомоторного опыта в формировании мышления [Varela et al. 2017; Lakoff & Núñez 2000]. В отличие от традиционного обучения, в котором математика представляется как чисто абстрактная наука, подходы, основанные на телесном опыте, предполагают, что концептуальное понимание может развиваться посредством движения, жестов и пространственного взаимодействия [Abrahamson 2014].

Целью проектирования образовательного пространства для экспериментального воздействия является создание нового типа восприятия и действия для изобретения культурного (в данном случае — математического) артефакта. Экспериментальное воздействие проектировалось согласно следующим предварительным критериям:

1. Учебная задача должна быть построена по методике проблемного обучения и включать конкретные задачи для решения и достаточно данных и предварительно изученной информации, чтобы их решить.
2. Задачи не должны содержать готовый способ решения (математический артефакт — мерка, формула, символ и т.д.). Учащимся необходимо самостоятельно создать инструмент для решения задачи.
3. Должно быть организовано пространство специально организованных действий для побуждения целевых действий и изобретения артефакта учащимися.
4. Задача побуждает новый тип действия для овеществления символа.

Ожидается, что образовательный процесс будет происходить согласно следующей предварительной гипотетической образовательной траектории (Simon, 1995). Проектирование циклов исследования отвечает данной гипотетической образовательной траектории и проектам уроков (ИВ1), которые определяют, как объем специально организованных действий поддерживает переоткрытие понятия площади прямоугольника (ИВ2), помогают схватывать сенсомоторные паттерны, проявляющиеся в момент появления понятийного инсайта, и анализ артефактов, который позволит идентифицировать процесс превращения действия в символ.

| Стадия | Учебная цель | Двигательная задача | Рефлексивня задача | Переизобретение артефакта | Математический инсайт |
|---|---|---|---|---|---|
| (1) Исследовательское действие | Исследовать свойства материала — растяжение и высвобождение его сторон | Двигать палочки вместе с тканью и наблюдать, что происходит с тканью | Что нужно сделать, чтобы ткань оставалась растянутой, и в каком положении это происходит | Расширение ткани | Как меняется пространство ткани при движении палочек |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (2) Исследовательское действие | Исследовать стабильность расширения ткани в разных положениях в пространстве. Заметить, что прямоугольная форма сохраняется во время натяжения | Стараться сохранить напряжение во время перемещения в пространстве | Что нужно сделать с палочками, чтобы сохранить натяжение ткани | Свойства прямоугольника | Стабильность «количества» ткани при изменении ее натяжения |
| (3) Неструктурированное действие | Исследовать стабильность расширения ткани в разных формах | Двигать палочки во время поддержания натяжения ткани | Что происходит с тканью, когда она туго растянута между палочками, и когда палочки двигаются | Отдельные изменения периметра — палочек | Перемещение палочек по-разному меняет растяжение ткани в разных направлениях. Появляется «ощущение» площади через натяжение |
| (4) Изобретение символа | Изучить, как символ выражает действие | Стараться описать свои действия в виде схемы/диаграммы | Нужно описать свои движения без слов | Символ, который охватывает все действия | Математический символ, выражающий действие с длиной и шириной |
| (5) Формализация | Превратить действие в символ | Стараться отразить свои действия в схеме для одноклассников | Нужно постараться создать инструкции для созданий, которые не понимают язык, только неопределенные знаки. Нужно сделать для них инструкции, как поддерживать ткань растянутой по ширине | Символ, который обобщает конкретные действия | Схема, понимание соотношения площади и периметра |

## Проектирование образовательного пространства в развивающем обучении

Данный подход подразумевает применение принципов культурно-исторической психологии и основывается на следующих тезисах [Vysotskaya et al. 2021]:

1. Концепция умственной деятельности как реконструкции сущности объекта и обобщения предметного действия [Давыдов 1995; Radford 2021]. Это позволяет предположить, как и каким способом конструируется умственный объект (понятие) [Давыдов 1995]. Изначально сформированное в ходе истори-

ческой эволюции предметной деятельности, умственное понятие служит рамкой для человеческого поведения и картины мира, а также индивидуального целеполагания в предметной деятельности.

2. Сущность понятий лежит в предметной деятельности. Умственные понятия возникают из действий учащихся в образовательной среде. Чтобы изучить новое понятие, вначале студенты должны освоить соответствующие действия. Только конкретные действия могут порождать понятия, которые будут развиваться и уточняться в дальнейшей деятельности. Конкретные свойства этой деятельности будут определяться качеством сформированного понятия [Гальперин 1989].

3. Действие имеет две части: ориентировку и исполнение. Ориентировочная часть обычно определяет общее качество исполнения и качество соответствующего ему понятия. После некоторой тренировки ориентировочная часть может быть проделана в уме, но сначала каждое действие нуждается в расширенной ориентировке, включающей как материальную, так и символическую формы [Гальперин 1989]. Процесс, с помощью которого расширенная ориентировочная форма действия превращается в умственную форму называется интериоризацией.

4. Реконструкция оснований. Чтобы изучить понятие, его основания и суть должны быть реконструированы учащимися в культурном контексте — образовательном пространстве — что делает понятие означенным и целенаправленным действием. Специальный метод содержательно-генетического анализа таких понятий позволяет педагогу понять, какие шаги его реконструирования нужно учесть в педагогическом проектировании [Давыдов 2008].

5. Интерпсихологическое проектирование. Ранние стадии изучения понятия должны быть спроектированы как совместная деятельность [Выготский 1986]. Поскольку, чтобы быть правильно освоенным, действие должно быть совместно-распределенным между учащимися с самого начала его освоения [Рубцов 1989].

Следуя этим принципам, педагогическое проектирование базируется на учебной деятельности в теоретической и практической плоскости:

- Эмпирическая деятельность включать прямое восприятие и анализ в течение непосредственного наблюдения, так же, как и контакт с наблюдаемыми объектами и феноменами. Они являются существенными для развития и применения эмпирического мышления.
- Теоретическая деятельность необходима для решения теоретических задач. Это включает такие действия, как анализ, рефлексия, трансформация исходной проблемной ситуации, моделирование существенных взаимосвязей, оформление обобщенного способа решения задачи, выводы.

Кроме того, проектирование образовательной среды на стыке двух подходов опирается на 7 учебных действий Развивающего обучения [Давыдов 1995]:

1. Получение учебной задачи от учителя или постановка ее самостоятельно, когда учащийся определяет пробел в своих знаниях («Я это еще не знаю / Я это еще не умею»), когда сталкивается с новым практическим вызовом.

2. Преобразование учебной ситуации, чтобы определить существенные свойства или фундаментальные принципы изучаемого объекта.

3. Моделирование выявленных свойств и взаимосвязей — представление универсальных свойств и взаимосвязей в конкретной, графической, языковой или символической форме (создание диаграммы, формулы, модели).

4. Преобразование модели — оценка модели и ее «истинной формы» для изучения свойств и отдельных проявлений.

5. Построение системы конкретных проблем — извлечение конкретных способов решения проблемы, основанных на обобщенных принципах преобразованной модели.

6. Фиксация выполнения предыдущих шагов — сравнение пошаговых действий с изначально сконструированной моделью и общим методом.

7. Оценка работоспособности общего метода — оценка качества результата, определение, была ли решена задача, выявление изменений учащимся в своих знаниях.

### Критерии проектирования образовательного пространства для контрольного воздействия

Целью проектирования образовательного пространства для контрольного воздействия является создание образовательной среды с прямым инструктированием преподавателя относительного той же самой темы. Воздействие спроектировано согласно следующим предварительным критериям:

1. Обучение с помощью работающих примеров с прямым инструктированием, что делать для решения задачи

2. Задачи решаются с помощью уже сконструированных артефактов, которые учащимся нужно только правильно применить и сделать выводы

3. Должно быть организовано пространство специально организованных действий для побуждения целевых действий и усвоения артефакта учащимися.

4. Предполагается (в качестве нулевой гипотезы), что в контрольной группе, так же как в экспериментальной, будет порождаться новый тип действий для овеществления символа — иного по сравнению с воспроизведением действий с артефактом.

| Стадия | Учебная цель | Двигательная задача | Рефлексивня задача | Применение артефакта | Математический инсайт |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Идентифицировать границы двумерной формы | Положить свободно 4 палочки и на них ткань | Где граница фигуры: там, где ткань или палочки? | — | Границы можно считать поразному |
| 2 | Понять, как влияет натяжение на изменение формы | Потянуть ткань, пока она туго не растянется между палочками | Как в зависимости от растяжения изменяется форма и периметр? | Туго натянутая ткань на прямоугольной рамке | Натяжение проясняет геометрические границы |
| 3 | Убедиться, что противоположные стороны прямоугольника равны | Измерить палочки друг с другом и убедиться, что они попарно равны | Стороны являются равными? | — | Периметр — это сумма всех сторон, а площадь — умножение длины на ширину |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | Сконструировать понятие периметра как длину всех сторон | Измерить все стороны | Изменяется ли периметр, если мы меняем форму, но сохраняем неизменной общую длину палочек? | Эскизы с обозначенными длинами сторон и значениями периметра | Периметр зависит от общей длины границы, а не только от пропорций формы |
| 5 | Изучить, как изменения периметра влияет на площадь | Перемещать палочки, чтобы изменять площадь прямоугольника, делать ее больше или меньше, изменять натяжение ткани соответственно | Площадь изменяется, когда изменяется периметр, и наоборот | — | Периметр и площадь зависят друг от друга |
| 6 | Применить инструмент для определения длины сторон и размера площади | Записать длину каждой палочки в нескольких измерениях. С помощью дополнительного измерительного элемента посчитать площадь этих измерений и тоже зафиксировать | Понять, как записи помогают сравнить разные формы | Табличка с цифрами наблюдений | — |
| 7 | Суммировать наблюдения для определения формулы площади и периметра | Пересмотреть все наблюдения | Суммировать из наблюдений, как площадь зависит от периметра | Карточка с формулой | Формализация: формула площади и периметра |

Текущее исследование призвано изучить, как синтез подходов «Action-based Embodied Design» и Развивающего обучения на контрасте с прямым инструктированием сможет выявить новые образовательные возможности относительно переизобретения культурных артефактов учащимися.

## Заключение

В статье были рассмотрены теоретические основания трех различных подходов к проектированию образовательного пространства и определены критерии для проектирования пространства исходя из каждого из них. Такими подходами выступили “Action-based Embodied Design”, Развивающее обучение и прямое инструктирование.

Дальнейшее продолжение тематики исследования связано с организацией экспериментального и контрольного воздействия по описанным критериям и проверка их работоспособности в реальном образовательном процессе.

## Литература

Выготский 1986 — *Выготский Л. С*. Мышление и речь. Кембридж, Массачусетс: MIT Press, 1986. (Оригинал опубликован в 1934 г.).

Высоцкая и др. 2021 — *Высоцкая Е., Лобанова А., Рехтман И., Янишевская М*. Проблема пропорции: требует ли она переосмысления парадигмы измерения? // Educational Studies in Mathematics. 2021. Т. 106, № 3. С. 429–446.

Гальперин 1989 — *Гальперин П. Я*. Умственные действия как основа формирования мыслей и образов // Советская психология. 1989. Т. 27, № 3. С. 45–64.

Давыдов 1995 — *Давыдов В. В*. О понятии развивающего обучения // Педагогика. 1995. № 5. С. 29–40.

Давыдов 2008 — *Давыдов В. В*. Проблемы развивающего обучения. Нью-Йорк: Nova Science Publishers, 2008. (Оригинал опубликован в 1986 г.)

Рубцов 1989 — *Рубцов В. В*. Организация совместных действий как фактор психологического развития ребёнка // International Journal of Educational Research. 1989. Т. 13, № 6. С. 623–636.

Abrahamson 2014 — *Abrahamson D*. Building educational activities for understanding: An elaboration on the embodied-design framework and its epistemic grounds // International Journal of Child-Computer Interaction. 2014. Vol. 2. No. 1. P. 1–16.

Abrahamson, Trninic 2015 — *Abrahamson D., Trninic D*. Bringing forth mathematical concepts: Signifying sensorimotor enactment in fields of promoted action. ZDM Mathematics Education, 47(2), 295–306.

Alberto et al. 2019 — *Alberto R., Bakker A., Walker-van Aalst O., Boon P., Drijvers P*. (2019, February). Networking theories in design research: An embodied instrumentation case study in trigonometry [Paper presentation]. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11), Utrecht, Netherlands.

Bakker 2018 — *Bakker A*. Design research in education. Design research in education: A practical guide for early career researchers. 2018. 1. 3–22.

Barron, Darling-Hammond 2008 — *Barron B., Darling-Hammond L*. Teaching for meaningful learning: A review of research on inquiry-based and cooperative learning // Powerful learning: What we know about teaching for understanding / Ed. by L. Darling-Hammond, B. Barron, P. D. Pearson, A. H. Schoenfeld, E. K., Stage, T. D. Zimmerman, G. N. Cervetti, J. L. Tilson. San Francisco: Jossey-Bass, 2008. P. 11–70.

Barrows 1992 — *Barrows H. S*. The tutorial process. Springfield, IL: Southern Illinois University School of Medicine, 1992.

Bereiter 1985 — Bereiter C. Toward a solution of the learning paradox // Review of Educational Research. 1985. Vol. 55, No. 2. P. 210–226.

Boels et al. 1985 — *Boels L., Alberto R., Shvarts A*. (2023, July). Actions behind mathematical concepts: A logical-historical analysis. In Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13). Alfréd Rényi Institute of Mathematics; Eötvös Loránd University of Budapest. hal-04420753.

Dreyfus et al. 2023 — *Dreyfus T., Rasmussen C., Apkarian N., Tabach M*. The complexity of knowledge construction in a classroom setting // Researching mathematics learning in the university. 2023. P. 107–124.

Friesen, Scott 2013 — *Friesen S., Scott D*. Inquiry-based learning: A review of the research literature. Edmonton: Alberta Ministry of Education, 2013. Vol. 32. P. 1–32.

Goldinger et al. 2016 — *Goldinger S. D., Papesh M. H., Barnhart A. S., Hansen W. A., Hout M. C*. The poverty of embodied cognition. Psychonomic Bulletin & Review, 23(4), 959–978.

Gravemeijer, Cobb 2006 — *Gravemeijer K., Cobb P*. Design research from a learning design perspective // Educational design research / Ed. by J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, N. Nieveen. London: Routledge, 2006. P. 17–51.

Hmelo-Silver, Duncan, Chinn 2007 — *Hmelo-Silver C. E., Duncan R. G., Chinn C. A*. Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006) // Educational Psychologist. 2007. Vol. 42, No. 2. P. 99–107.

Hussel Suriyaarachchi, Denny, Nanayakkara 2025 — *Hussel Suriyaarachchi H., Denny P., Nanayakkara S*. Investigating the use of productive failure as a design paradigm for learning: Introductory Python programming // Proceedings of the 56th ACM Technical Symposium on Computer Science Education (SIGCSE TS 2025), Pittsburgh, PA, USA, February 26 — March 1, 2025. New York: ACM, 2025.

Kirschner, Sweller, Clark 2006 — *Kirschner P. A., Sweller J., Clark R. E*. Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching // Educational Psychologist. 2006. Vol. 41. No. 2. P. 75–86.

Lakoff, Núñez 2000 — *Lakoff G., Núñez R. E*. Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. New York: Basic Books, 2000.

Norman 1991 — *Norman D*. Cognitive artifacts // Designing interaction: Psychology at the human-computer interface. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

Radford, 2021 — *Radford L*. Davydov's concept of the concept and its dialectical materialist background. Educational Studies in Mathematics, *106*(3), 327–342.

Reid 2014 — *Reid D. A*. The coherence of enactivism and mathematics education research: A case study. 2014. Avant. Vol. (2), 137–172.

Simon 1995 — *Simon M. A*. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective // Journal for Research in Mathematics Education. 1995. Vol. 26. No. 2. P. 114–145.

Shvarts, van Helden, 2023 — *Shvarts A., van Helden G*. Embodied learning at a distance: From sensory-motor experience to constructing and understanding a sine graph. Mathematical Thinking and Learning. 2023. 25(4), 409–437.

Shvarts, Abrahamson, 2023 — *Shvarts A., Abrahamson D*. Coordination dynamics of semiotic mediation: A functional dynamic systems perspective on mathematics teaching/learning. Constructivist Foundations. 2023. 18(2). 220–234

Shvarts et al. 2024 — *Shvarts A., Bos R., Doorman M., Drijvers P*. Reifying actions into artifacts: Process–object duality from an embodied perspective on mathematics learning. Educational Studies in Mathematics, 117(2), 193–214.

Sweller 2006 — *Sweller J*. The worked example effect and human cognition // Learning and Instruction. 2006. Vol. 16. P. 165–169.

Tegginamani 2018 — *Tegginamani A. S*. Problem-based learning and its limitations // Journal of Multi-Dental Research. 2018. Vol. 4. No. 2. P. 52–59.

van Merriënboer, Kirschner 2007 — *van Merriënboer J. J. G., Kirschner P. A*. Ten steps to complex learning: A systematic approach to four-component instructional design. Mahwah, NJ: Erlbaum, 2007.

Varela, Thompson, Rosch 2017 — *Varela F. J., Thompson E., Rosch E*. The embodied mind: Cognitive science and human experience. 2nd ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2017. (Original work published 1991).

## References

Abrahamson 2014 — Abrahamson D. Building educational activities for understanding: An elaboration on the embodied-design framework and its epistemic grounds // International Journal of Child-Computer Interaction. 2014. Vol. 2, No. 1. P. 1–16.

Abrahamson, Trninic 2015 — Abrahamson D., Trninic D. Bringing forth mathematical concepts: Signifying sensorimotor enactment in fields of promoted action. ZDM Mathematics Education. 2015. 47(2), 295–306.

Alberto et al. 2019 — Alberto R., Bakker A., Walker-van Aalst O., Boon P., Drijvers P. (2019, February). Networking theories in design research: An embodied instrumentation case study in trigonometry [Paper presentation]. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11), Utrecht, Netherlands.

Bakker 2018 — Bakker A. Design research in education. Design research in education: A practical guide for early career researchers. 2018. 1, 3–22.

Barron, Darling-Hammond 2008 — Barron B., Darling-Hammond L. Teaching for meaningful learning: A review of research on inquiry-based and cooperative learning // Powerful learning: What we know about teaching for understanding / Ed. by L. Darling-Hammond, B. Barron, P. D. Pearson, A. H. Schoenfeld, E. K. Stage, T. D. Zimmerman, G. N. Cervetti, J. L. Tilson. San Francisco: Jossey-Bass, 2008. P. 11–70.

Barrows 1992 — Barrows H. S. The tutorial process. Springfield, IL: Southern Illinois University School of Medicine, 1992.

Bereiter 1985 — Bereiter C. Toward a solution of the learning paradox // Review of Educational Research. 1985. Vol. 55. No. 2. P. 210–226.

Boels et al. 1985 — Boels L., Alberto R., Shvarts A. (2023, July). Actions behind mathematical concepts: A logical-historical analysis. In Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13). Alfréd Rényi Institute of Mathematics; Eötvös Loránd University of Budapest. hal-04420753

Davydov 1995 — Davydov V. V. On the concept of developmental teaching // Pedagogika. 1995. No. 5. P. 29–40 (In Russian).

Davydov 2008 — Davydov V. V. Problems of developmental instruction. New York: Nova Science Publishers, 2008 (Original work published 1986).

Dreyfus et al. 2023 — Dreyfus T., Rasmussen C., Apkarian N., Tabach M. The complexity of knowledge construction in a classroom setting // Researching mathematics learning in the university. 2023. P. 107–124.

Friesen, Scott 2013 — Friesen S., Scott D. Inquiry-based learning: A review of the research literature. Edmonton: Alberta Ministry of Education, 2013. Vol. 32. P. 1–32.

Galperin 1989 — Galperin P. Mental actions as a basis for the formation of thoughts and images // Soviet Psychology. 1989. Vol. 27, No. 3. P. 45–64.

Goldinger et al. 2016 — Goldinger S. D., Papesh M. H., Barnhart A. S., Hansen W. A., Hout M. C. The poverty of embodied cognition. Psychonomic Bulletin & Review. 2016. 23(4), 959–978.

Gravemeijer Cobb 2006 — Gravemeijer K., Cobb P. Design research from a learning design perspective // Educational design research / Ed. by J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, N. Nieveen. London: Routledge, 2006. P. 17–51.

Hmelo-Silver, Duncan, Chinn 2007 — Hmelo-Silver C. E., Duncan R. G., Chinn C. A. Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006) // Educational Psychologist. 2007. Vol. 42. No. 2. P. 99–107.

Hussel Suriyaarachchi, Denny, Nanayakkara 2025 — Hussel Suriyaarachchi H., Denny P., Nanayakkara S. Investigating the use of productive failure as a design paradigm for learning: Introductory Python programming // Proceedings of the 56th ACM Technical Symposium

on Computer Science Education (SIGCSE TS 2025), Pittsburgh, PA, USA, February 26 — March 1, 2025. New York: ACM, 2025.

Kirschner, Sweller, Clark 2006 — Kirschner P. A., Sweller J., Clark R. E. Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching // Educational Psychologist. 2006. Vol. 41, No. 2. P. 75–86.

Lakoff, Núñez 2000 — Lakoff G., Núñez R. E. Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. New York: Basic Books, 2000.

Norman 1991 — Norman D. Cognitive artifacts // Designing interaction: Psychology at the human-computer interface. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

Radford 2021 — Radford L. Davydov's concept of the concept and its dialectical materialist background. Educational Studies in Mathematics. 2021. 106(3). 327–342.

Reid 2014 — Reid D. A. The coherence of enactivism and mathematics education research: A case study. Avant. 2014. Vol. (2), 137–172.

Rubtsov 1989 — Rubtsov V. V. Organization of joint actions as a factor of child psychological development. International Journal of Educational Research. 1989. 13(6). 623–636.

Simon 1995 — Simon M. A. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective // Journal for Research in Mathematics Education. 1995. Vol. 26, No. 2. P. 114–145.

Shvarts, van Helden, 2023 — Shvarts A., van Helden G. Embodied learning at a distance: From sensory-motor experience to constructing and understanding a sine graph. Mathematical Thinking and Learning. 2023. 25(4), 409–437.

Shvarts, Abrahamson 2023 — Shvarts A., Abrahamson D. Coordination dynamics of semiotic mediation: A functional dynamic systems perspective on mathematics teaching/learning. Constructivist Foundations. 2023. 18(2), 220–234.

Shvarts et al. 2024 — Shvarts A., Bos R., Doorman M., Drijvers P. Reifying actions into artifacts: Process–object duality from an embodied perspective on mathematics learning. Educational Studies in Mathematics. 2024. 117(2). 193–214.

Sweller 2006 — Sweller J. The worked example effect and human cognition // Learning and Instruction. 2006. Vol. 16. P. 165–169.

Tegginamani 2018 — Tegginamani A. S. Problem-based learning and its limitations // Journal of Multi-Dental Research. 2018. Vol. 4. No. 2. P. 52–59.

van Merriënboer, Kirschner 2007 — van Merriënboer J. J. G., Kirschner P. A. Ten steps to complex learning: A systematic approach to four-component instructional design. Mahwah, NJ: Erlbaum, 2007.

Varela, Thompson, Rosch 2017 — Varela F. J., Thompson E., Rosch E. The embodied mind: Cognitive science and human experience. 2nd ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2017. (Original work published 1991).

Vygotsky 1986 — Vygotsky L. S. Thought and language. Cambridge, MA: MIT Press, 1986. (Original work published 1934).

Vysotskaya et al. 2021 — Vysotskaya E., Lobanova A., Rekhtman I., Yanishevskaya, M. The challenge of proportion: Does it require rethinking of the measurement paradigm? Educational Studies in Mathematics. 2021. 106(3). 429–446.